

量子力学にでてくる3つの演算子

運動エネルギー演算子

古典力学において運動エネルギーは $K = p^2/2m$ と書ける。したがって、運動エネルギー演算子は次のように書ける。

$$\hat{K} = \frac{\hat{p}^2}{2m} = \frac{(-i\hbar\nabla)^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta$$

運動エネルギー演算子

古典力学において1個の粒子のもつ角運動量は $\ell = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ で表されるから、これに対する演算子は次のように書ける。

$$\hat{\ell} = \mathbf{r} \times (-i\hbar\nabla) = -i\hbar\mathbf{r} \times \nabla$$

この演算子の成分を書き出すと以下のようになる。

$$\hat{\ell}_x = -i\hbar\left(y\frac{\partial}{\partial z} - z\frac{\partial}{\partial y}\right) \quad \hat{\ell}_y = -i\hbar\left(z\frac{\partial}{\partial x} - x\frac{\partial}{\partial z}\right) \quad \hat{\ell}_z = -i\hbar\left(x\frac{\partial}{\partial y} - y\frac{\partial}{\partial x}\right)$$

運動エネルギー演算子

古典力学において全エネルギーは、ハミルトン関数 $H = K + U(\mathbf{r})$ で表される。これに対応する演算子は次のハミルトニアンである。

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + \hat{U}(\mathbf{r})$$

これらは、以下の要請に基づく書き換えで得られる。

要請 II

古典力学における運動量 p を微分演算子 \hat{p} で書き換える。

$$\boxed{\text{古典力学}} \quad p = mv \quad \xrightarrow{\text{書き換え}} \quad \hat{p} = -i\hbar\nabla \quad \boxed{\text{量子力学}}$$